Termodinâmica 2/2015 Trabalho de Casa 3

Entrega até quarta, 23/12, às 18:00.

Como em todo trabalho de casa, você deve exibir todos os detalhes das soluções. De forma geral, você não ganhará pontos se apresentar uma resposta sem mostrar o encaminhamento e/ou uma justificativa. Sempre que isto for apropriado, deduza uma expressão algébrica primeiro e só ponha números no ultimo passo. Teste sempre se sua resposta faz sentido físico, verificando as unidades e confrontando-a com casos particulares ou limites conhecidos.

CNTP = condições normais de temperatura e pressão = 273 K (0 ^oC) e 1 atm = 1.01×10^5 Pa

1. Você joga cara ou coroa com uma moeda "honesta" 50 vezes. A cada jogada, a face mostrada é cara (c) ou coroa (C).

A) Quantos resultados (microestados) diferentes são possíveis para esta sequência de 50 jogadas?

B) Qual a probabilidade de se obter a particular sequência cCcCcCcC….cCcC (caras e coroas alternadas para todas as 50 jogadas)?

C) Qual a probabilidade de se obter 25 caras e 25 coroas (em qualquer ordem)?

D) Qual a probabilidade de se obter 35 caras e 15 coroas (em qualquer ordem)?

2. A) Calcule o número de mãos de poker diferentes, cada uma com 5 cartas, que podem ser distribuídas de um baralho com 52 cartas (a ordem das cartas numa mão não importa.)

B) Um *royal flush* consiste das 5 cartas de mais alto valor (ás, rei, dama, valete, 10) de qualquer um dos 4 naipes (copas, ouros, espadas, paus). Com que probabilidade você receberá um royal flush (de primeira!)?

3. A) Esboce um gráfico da função logaritmo natural (neperiano) ln(x) vs. x. Qual a inclinação deste gráfico em x = 1?

B) Suponha que $|\delta| \ll 1$, e determine os dois primeiros termos não nulos da expansão em série de Taylor de $\ln(1+\delta)$. A partir desta expansão, prove que $\ln(1+\delta) \cong \delta$, se $|\delta| \ll 1$.

[Você consegue ver a conexão entre as partes A e B deste problema?]

4. A) Simplifique a expressão $\exp[a \ln b]$, isto é, escreva-a de modo que ela não envolva logaritmos.

B) Prove que, no limite $b \ll a$, $\ln(a+b) \cong (\ln a) + (b/a)$.

5. Considere um sistema composto de dois sólidos de Einstein, A e B, contendo cada um $N = 10$ osciladores, e partilhando um total de $q = 20$ unidades de energia. Suponha que seja fraco o acoplamento entre os dois sólidos e que a energia total do sistema composto seja fixada (o conjunto está isolado).

A) Quantos *macroestados* diferentes estão disponíveis para este sistema?

B) Quantos *microestados* diferentes estão disponíveis para este sistema?

C) Calcule a probabilidade de encontrarmos toda a energia no sólido A, supondo que o sistema esteja em equilíbrio térmico.

D) Calcule a probabilidade de encontrarmos exatamente metade da energia no sólido A.

6. Jogue cara ou coroa com 1000 moedas.

A) Use a chamada "forma forte" (isto é, mais precisa) da aproximação de Stirling para calcular a probabilidade de obtermos exatamente 500 caras e 500 coroas. Mesmo que você tenha uma maneira de calcular exatamente o fatorial de 1000, não faça o cálculo exato, use a aproximação de Stirling. A forma forte da aproximação de Stirling é $\ln N! = N \ln N - N + (1/2) \ln(2\pi N)$.

B) Use a forma forte da aproximação de Stirling para calcular a probabilidade de obtermos exatamente 600 caras e 400 coroas.

7. (A) Use um computador e um programa de fazer gráficos qualquer para reproduzir o gráfico da Fig.2.5 na página 59 do Schroeder para os 2 casos seguintes:

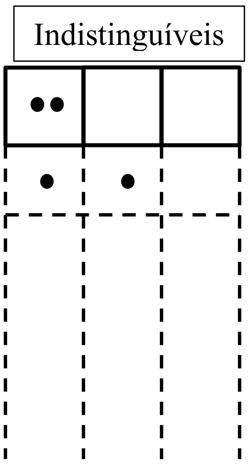
(1) $N_a = 6$, $N_b = 4$, $q = 10$;   (2) $N_a = 60$, $N_b = 40$, $q = 100$.

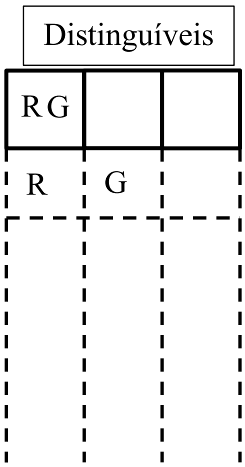
(B) Para o caso (2) qual a probabilidade (probabilidade, e não a multiplicidade!) do macroestado mais provável? Qual a probabilidade do macroestado menos provável?

8. A) Faça um diagrama mostrando quantas maneiras diferentes (quantos microestados, a multiplicidade) existem de se colocar q = 2 objetos ***indistinguíveis*** em N = 3 caixas. Supondo que os microestados são todos igualmente prováveis, com que probabilidade os dois objetos estarão ambos na caixa mais à esquerda? Qual a fórmula para a multiplicidade em função de N e q?

B) Faça um diagrama mostrando de quantas maneiras diferentes (a multiplicidade) podemos colocar q = 2 objetos ***distinguíveis*** em N = 3 caixas. Supondo que os microestados são todos igualmente prováveis, qual a probabilidade de que ambos os objetos estejam na caixa mais à esquerda? Chame os dois objetos de R e G. Qual a fórmula para a multiplicidade em função de N e q?

Veja os diagramas abaixo, que eu comecei a fazer. Complete os diagramas.





9. Deduza uma fórmula para a multiplicidade de um sólido de Einstein no limite de "baixas temperaturas" (N>>q>>1). Use as mesmas técnicas que usamos para deduzir a multiplicidade no limite de "altas temperaturas" (q>>N>>1), equação (2.21) na página 64 do Schroeder.

10. A expressão para a multiplicidade de um sólido de Einstein no limite de altas temperaturas (q>>N>>1) é $\Omega(N,q) = \left(\frac{eq}{N}\right)^N$. Considere dois sólidos de Einstein A e B fracamente acoplados, no limite de altas temperaturas. O sólido A tem N_A osciladores, e o sólido B tem N_B osciladores. O número total de unidades de energia q_{tot} ($q_{tot} = q_A + q_B$) está fixado. Prove que o estado de maior multiplicidade (o estado mais provável) é aquele no qual $\frac{q_A}{N_A} = \frac{q_B}{N_B}$, isto é, o estado no qual a energia está igualmente distribuída entre os osciladores de modo que a energia por oscilador é a mesma nos 2 sólidos.

Pontos

Problema	Pontos
1	2
2	2
3	2
4	1
5	2
6	3
7	3
8	2
9	4
10	4
Total	**25**